



FACUDADE DE TECNOLOGIA

APOSTILA

ELEMENTOS

DE

MÁQUINAS

Elaborado: Alvaro Henrique Pereira – DME

Data: 31/03/2005

Revisão: 0

Contato: tel: 24-33540194 - e-mail: alvarohp@fat.uerj.br

1 - OBJETIVO

Desse curso é transmitir conhecimentos que permitam conhecer e elaborar o dimensionamento de órgãos de máquinas, levando-se em conta as cargas atuantes, concentrações de tensões, fadiga; temperatura; ambiente de trabalho e outras condições.

2- CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

- Introdução
- Importância do assunto
- Caracterização de um elemento de máquina
- Análise de tensões
 - Tensões cíclicas
 - Concentração de tensões
- Elementos de união
 - Parafusos
 - Chavetas e estrias
 - Pinos e anéis
 - Rebites
- Transmissão de potência
 - Parafusos e acionamento
 - Correias chatas, trapezoidais e dentadas
 - Corrente de rolos
 - Cabos de aço
 - Árvores de transmissão
- Acoplamentos
- Engrenagens
 - Cilíndricas
 - Helicoidais
 - Cônicas
 - Sem fim e coroa
- Elementos de sustentação
 - Mancais de sustentação
 - Mancais de deslizamento
 - Mancais de rolamentos
- Elementos de armazenagem de energia
 - Molas
 - Volantes

3 - REVISÃO DE RESISTÊNCIA

3.1 - LEI DE HOOKE- MÓDULO DE ELASTICIDADE

Ao serem solicitadas as diversas peças de um equipamento, as mesmas sofrem deformações. Em geral projeta-se essas peças de tal forma que cessando as solicitações, as mesmas voltem a sua forma original.

Exemplo disso é uma mola helicoidal na suspensão traseira de um veículo.

Estamos falando é claro, do período de vida útil de cada elemento.

Consideremos uma barra prismática homogênea e isotrópica conforme indicado na fig. 3.1, de tal forma que a carga P não deforme plasticamente a barra.

$$\sigma = \frac{\text{Força}}{\text{Área}} = \frac{F}{A} \quad (3.1)$$

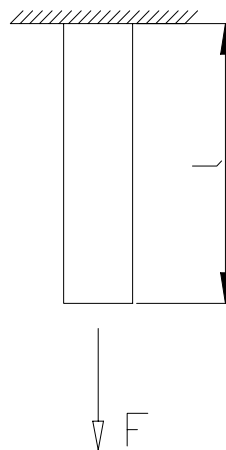


Figura 3.1

- Com a força F aplicada tem-se um alongamento da barra = Δl

- Seja ε

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (\text{adimensional})$$

- Para cada tensão, dentro do limite elástico, tem-se um valor de Δl .

- O fator de proporcionalidade entre tensão e deformação é chamado de módulo de elasticidade "E";

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \rightarrow \Delta l = \frac{Fl}{AE} \quad (3.2)$$

3.2 - DIAGRAMA TENSÃO – DEFORMAÇÃO

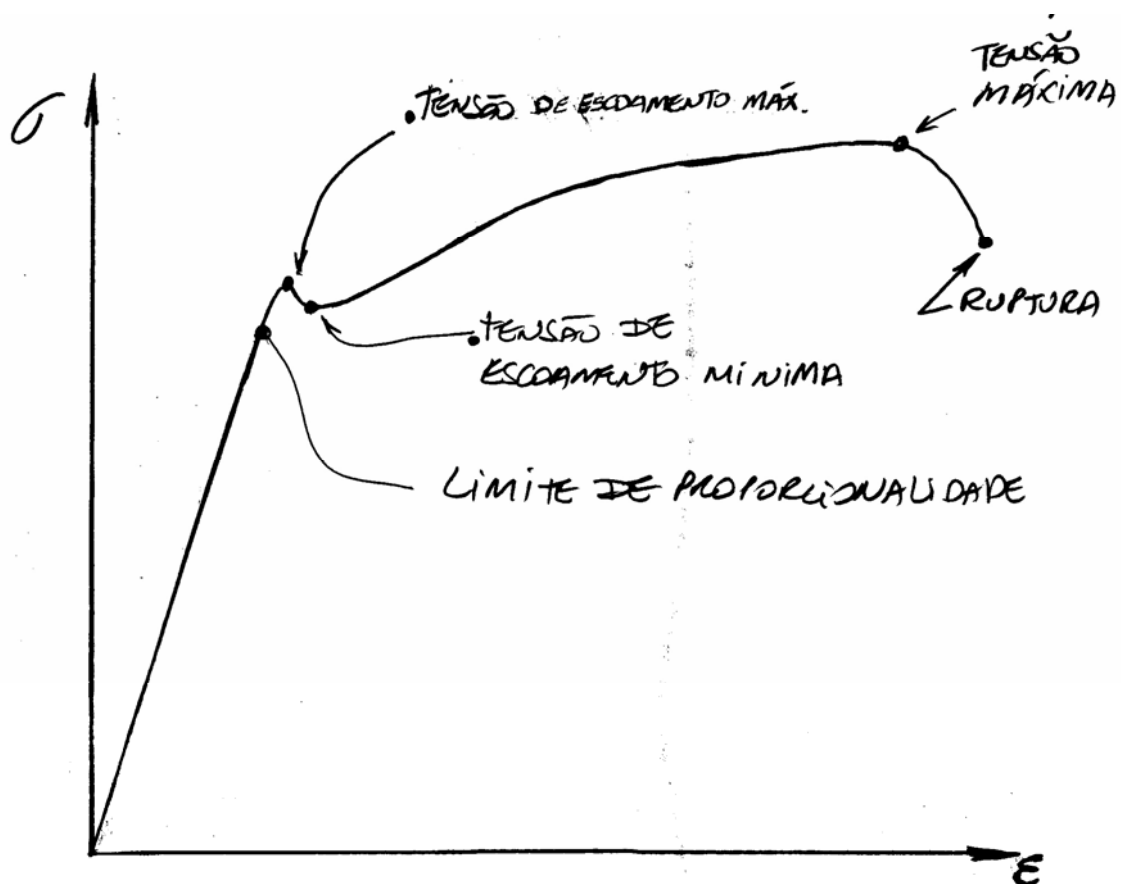


Figura 3.2

- O gráfico apresentado na figura 3.2, típico de um teste de tração para um aço carbono
- Para o aço em geral $E = 21.000 \text{ Kgf/mm}^2$.

3.3 - MÓDULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL

É claro que com o alongamento longitudinal da peça, ter-se-á uma redução na seção transversal.

Essa deformação transversal é proporcional à deformação longitudinal, mas de sinal contrário, ou seja:

$\Delta l + \rightarrow$ seção transversal reduzida (tração)

$\Delta l - \rightarrow$ seção transversal aumentada (compressão)

- Essa proporcionalidade é designada pelo coeficiente de Poisson - μ .

$$\epsilon_t = \mu \epsilon \quad (3.3)$$

- E quando se tem uma carga cisalhante, existe o módulo de elasticidade transversal.

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (3.4)$$

3.4 - PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO

- Tensões e deformações são produzidas num corpo pelas forças que atuam sobre o mesmo, experimentos já comprovaram, dentro de certas deformações, que as tensões resultantes em qualquer ponto do corpo devido ao sistema de forças aplicado é igual ao somatório dos efeitos devido a cada força aplicada individualmente, isso é conhecido como o princípio da superposição.

- Para que se possa aplicar o princípio de superposição, as cargas individuais devem ter uma relação linear com a tensão ou com o deslocamento, e não deve haver uma mudança significativa na geometria do elemento analisado devido à carga aplicada.

Aplicação 1:

- Calcule e represente as tensões atuantes na seção AA na peça indicada na figura abaixo:

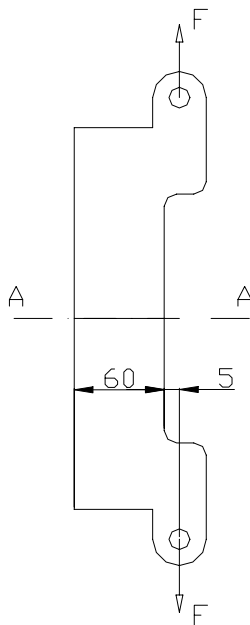


Figura 3.3

Dados:

- espessura da peça: 25 mm
- força $F=1000\text{Kgf}$

- Analisando a seção 'AA', veremos que a mesma sofrerá uma tensão de tração devido à força F, e também na região 'AA' teremos uma flexão.
- Se utilizarmos o princípio da superposição, poderemos calcular a tração de F separadamente às tensões devido à flexão provocada pela força F na seção AA.

a) Características da seção AA:

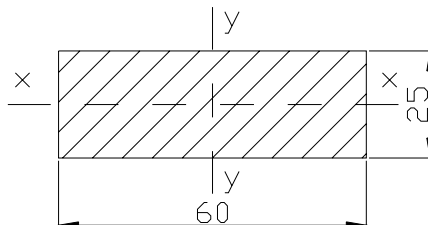


Figura 3.4

$$\text{Área} = 60 \times 25 = 1500 \text{mm}^2$$

$$I = \frac{b.h^3}{12}$$

$$I_{xx} = \frac{60 \times 25^3}{12} = 78125 \text{mm}^4$$

$$I_{yy} = \frac{25 \times 60^3}{12} = 450000 \text{mm}^4$$

$$I_{yy} > I_{xx}$$

b) Esforços na seção AA:

- "Cortando" a viga na seção AA, teremos o seguinte diagrama de forças:
- Logicamente os esforços indicados na seção AA mantêm o equilíbrio da peça.

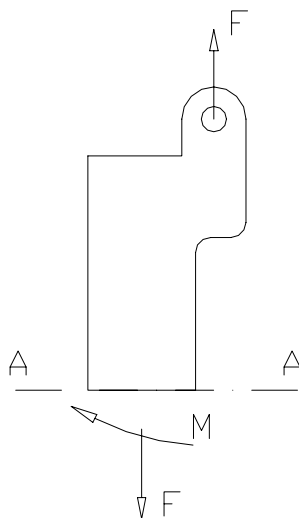


Figura 3.5

$$M = F(5 + 60/2) = 35000 \text{Kgf}$$

c) Tensões na seção AA

c.1) Tem-se uma tensão de tração (devido a F)

$$\sigma_1 = \frac{F}{A} = \frac{1000}{1500} = 0,67 \text{ Kgf} / \text{mm}^2$$

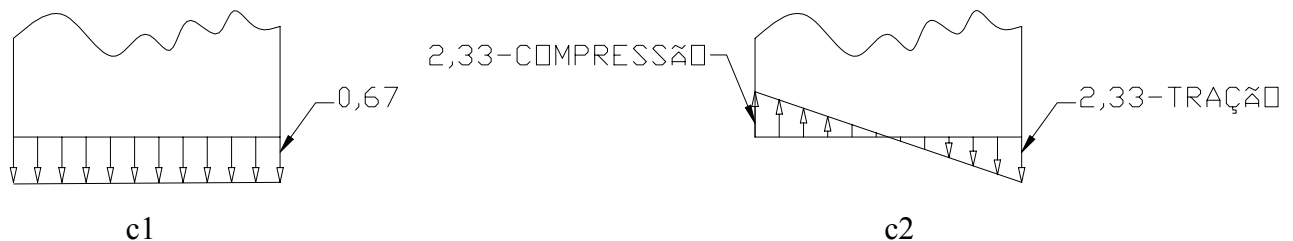


Figura 3.6

c.2) Determinação da tensão devido à flexão (M)

$$\sigma = \frac{M.c}{I}$$

observe que o momento tende a girar a seção em torno do eixo yy →

logo o momento de inércia a ser utilizado é o I_{yy} .

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M.c}{I_{yy}} = \frac{35000 \times 30}{450000} = 2,33 \text{ Kgf} / \text{mm}^2$$

- Determina-se portanto, o efeito na seção AA devido à força de tração F, e o efeito na seção devido ao momento M.
- Aplicando o princípio da superposição → c.1 + c.2

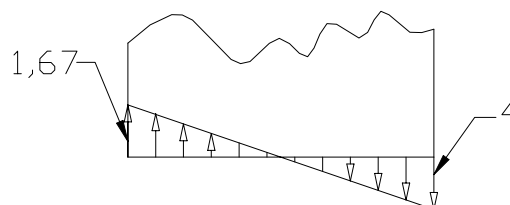


Figura 3.7

- O princípio da superposição permite portanto, trabalhar com cada esforço em separado e somar todas as tensões de cada esforço para se ter a tensão atuante em determinado ponto do corpo.

-

3.5 - TENSÕES ATUANTES NUMA PEÇA

- Uma das situações mais difíceis para um determinado projeto, é definir quais esforços atuam numa determinada peça, além disso é claro, é definir quais esforços devem ser considerados e quais podem ser desprezados. Muitas vezes a dificuldade de calcular e determinar um certo tipo de esforço é tão trabalhoso e difícil de calcular que o projetista faz uso de “fatores de segurança”.

- Não é por outra razão, que novos equipamentos produzidos em larga escala, são testados em laboratório e no campo antes de sua comercialização.

3.5.1 - Tração

$$\sigma_{tração} = \frac{F}{A}$$

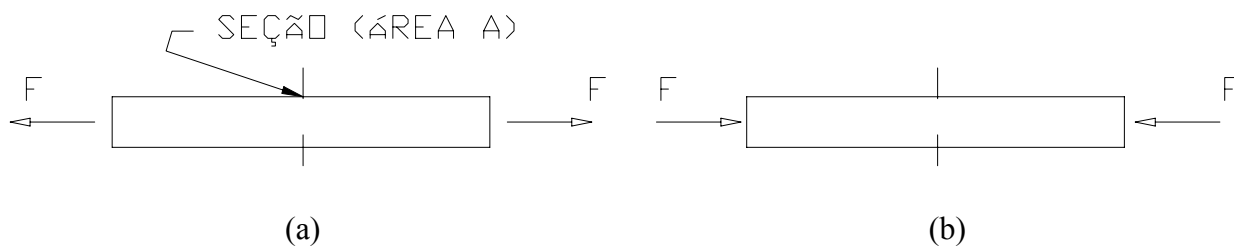


Figura 3.8 – tração e compressão

3.5.2 - Compressão

$$\sigma_{compressão} = \frac{F}{A}, \text{ para corpos cilíndricos vide capítulo 6.4.1.1}$$

-Há casos que temos compressão devido ao contato das superfícies de dois corpos conforme figura 3.9.

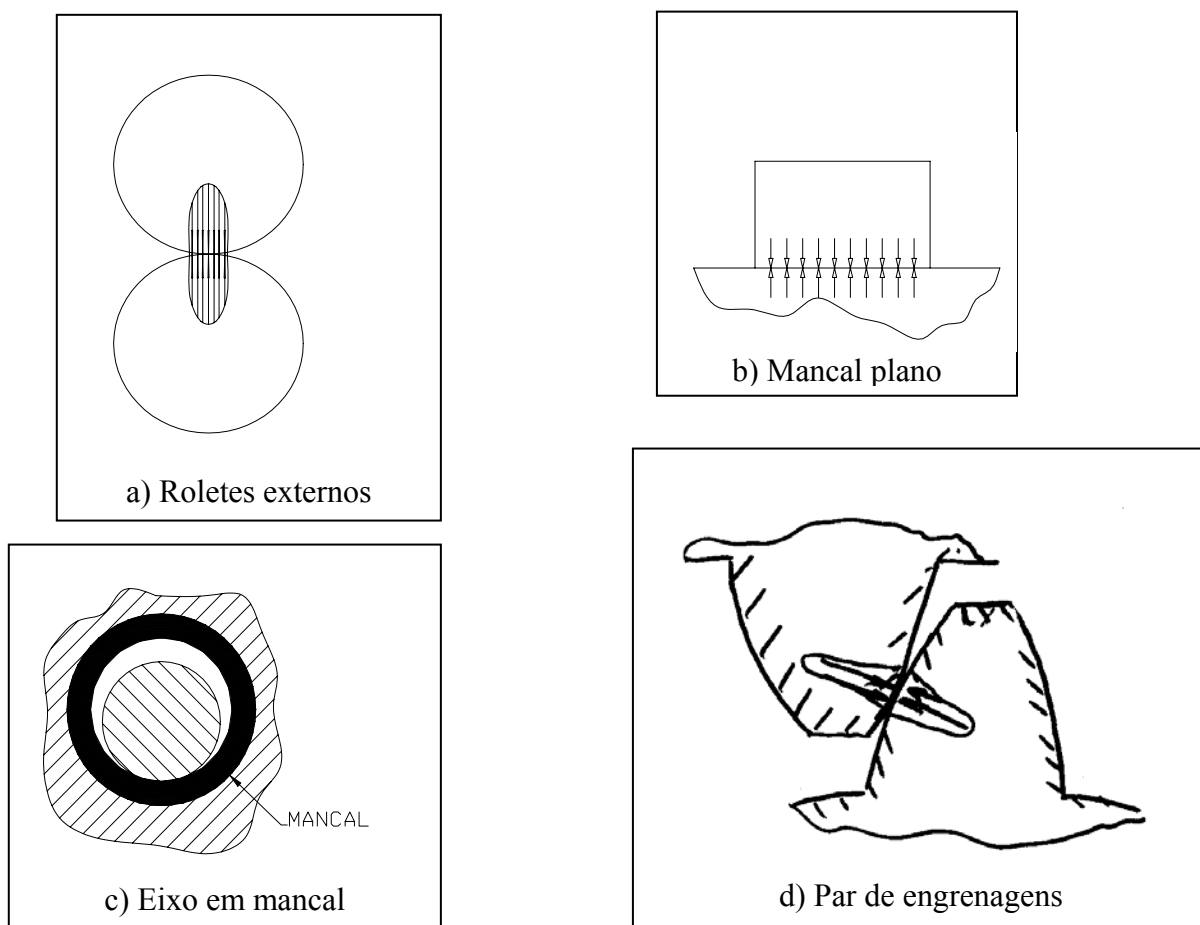


Figura 3.9

3.5.3- Cisalhamento simples

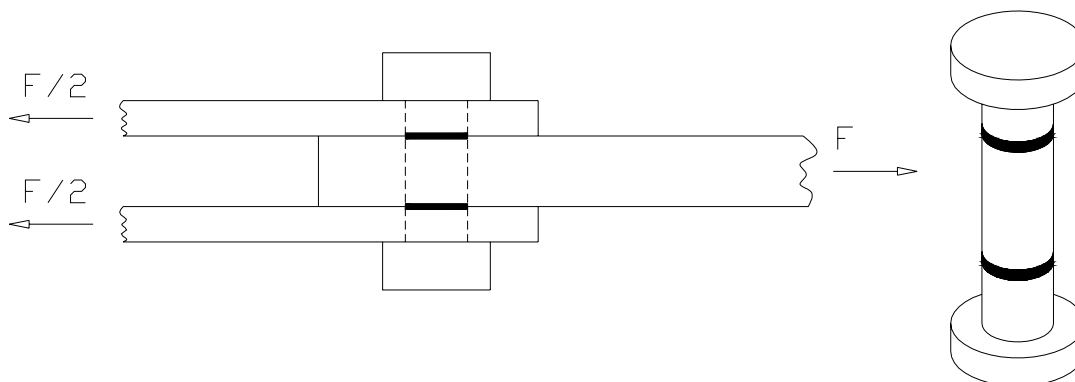


Figura 3.10

- Observe que as duas áreas em negrito do pino resistem ao cisalhamento (corte), sendo que as duas áreas resistem ao esforço F .

$$\text{Área} = \frac{\pi d^2}{4}, \text{ como são 2 seções} \rightarrow \text{Área} = \frac{\pi d^2}{2};$$

$$\tau = \frac{2F}{\pi d^2}$$

- Consideramos um cisalhamento simples quando a carga atua praticamente na seção, ou seja, ela não provoca nenhum momento na seção, somente o cisalhamento.

3.5.4 - Tração e compressão na flexão

- Quando temos um carregamento qualquer que cause momento em uma dada seção, essa seção será, devido a esse momento, rotacionada em torno de sua linha neutra, causando por isso uma flexão na viga.
- Um exemplo disto é dado no exemplo abaixo – seja uma viga conforme a figura 3.11

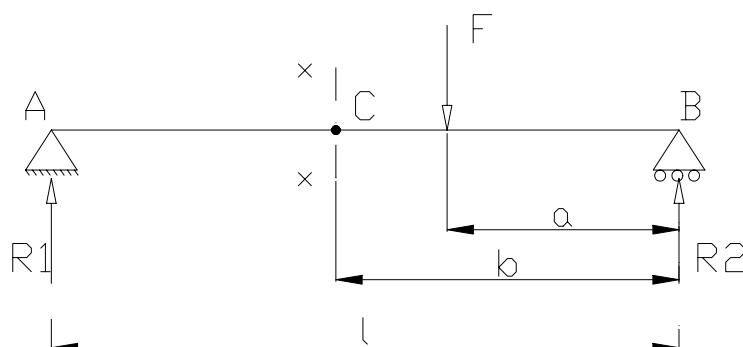


Figura 3.11

$$R1 = Fa/l;$$

$$R2 = F(l - a)/l$$

- Determinação da força e do momento atuante numa seção qualquer **xx**.
- “Cortando” a viga nessa seção, determina-se a força e o momento atuante no baricentro da seção que mantenham o equilíbrio estático da viga.

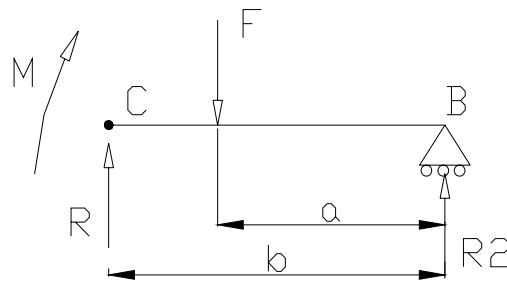


Figura 3.12

$$\sum F_y = 0 \therefore R + R_2 - F = 0$$

$$R = \frac{Fa}{l} \leftarrow \text{Logicamente } R = R_1$$

$$\sum M_z = 0 \therefore \text{escolhendo o ponto "B"}$$

$$-Rb + Fa - M = 0$$

$$M = Fa\left(1 - \frac{b}{l}\right)$$

- Determinado o momento, calcula-se as tensões devido a esse momento:

$$\sigma = \frac{Mc}{I}; \text{ onde:}$$

c – distância de uma fibra qualquer da seção a linha neutra

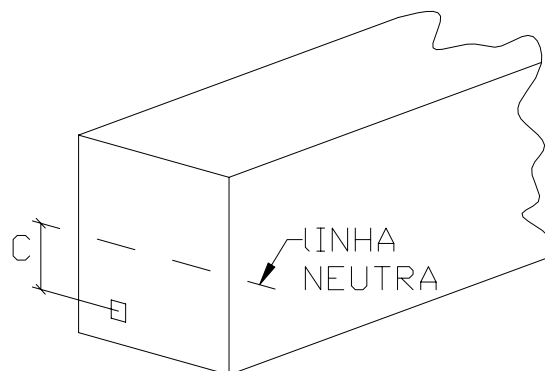


Figura 3.13

- As tensões máximas ocorrem para as fibras mais distantes da linha neutra, essas tensões podem ser de compressão ou tração.

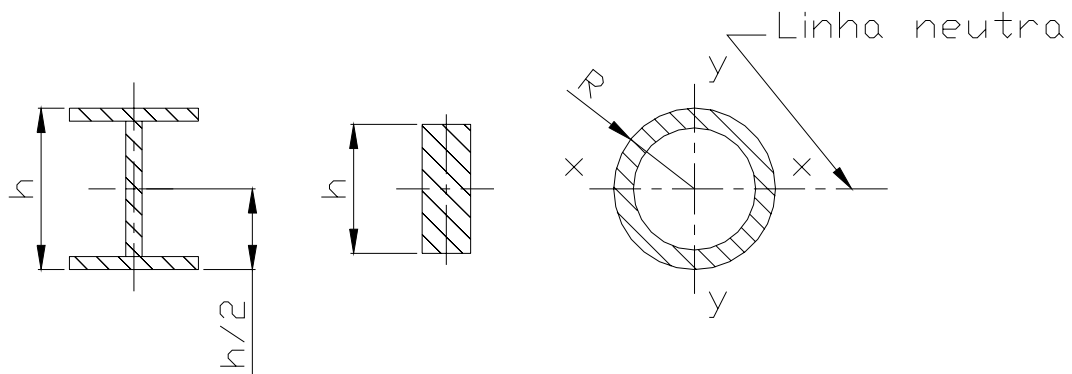


Figura 3.14

$\frac{I}{c_{m\acute{a}x}}$ → Módulo de resistência da seção em relação ao eixo utilizado (xx)

$\frac{I}{c_{m\acute{a}x}}$ → W ou Z (essas são 2 nomenclaturas utilizadas)

- Utiliza-se o módulo de resistência (adotaremos W) tanto para cálculo da tensão de compressão como para tensão de tração.

Aplicação 1:

- Determine as tensões máximas de compressão e de tração na seção “AA” da viga carregada como indicado na figura.

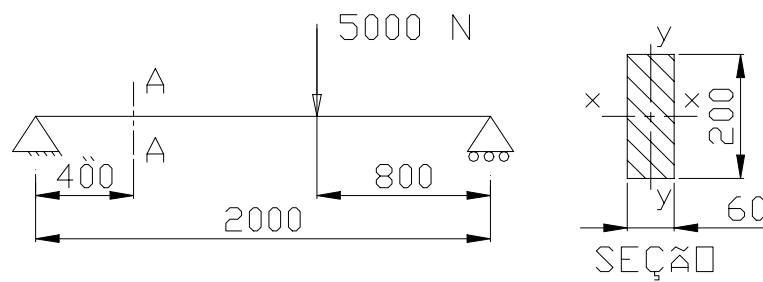


Figura 3.15

Valores de w_{xx} e w_{yy} :

$$w_{xx} = 4 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

$$w_{yy} = 1,2 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

Valores da tensão de tração e compressão:

$$\sigma_{\text{tração}} = \sigma_{\text{compressão}} = 2 \text{ N/mm}^2$$

Aplicação 2:

- Uma viga “I” em balanço é carregada conforme indicado na figura. Determine:
 - a) As tensões máximas na viga
 - b) A tensão no ponto P na seção mais solicitada da viga
 - c) Sendo a tensão admissível = 20Kgf/mm², a viga está adequada para o carregamento?
 - d) Retirando a carga de 800Kgf, a viga pode trabalhar com o momento atuando no eixo yy (viga “deitada”)?

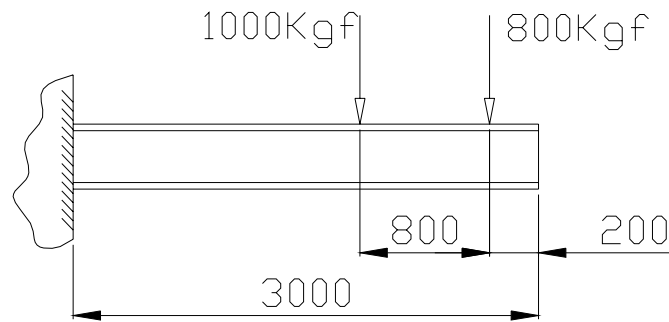


Figura 3.16

Dados da viga I:

Viga I de 8” x 27,3 Kg/m

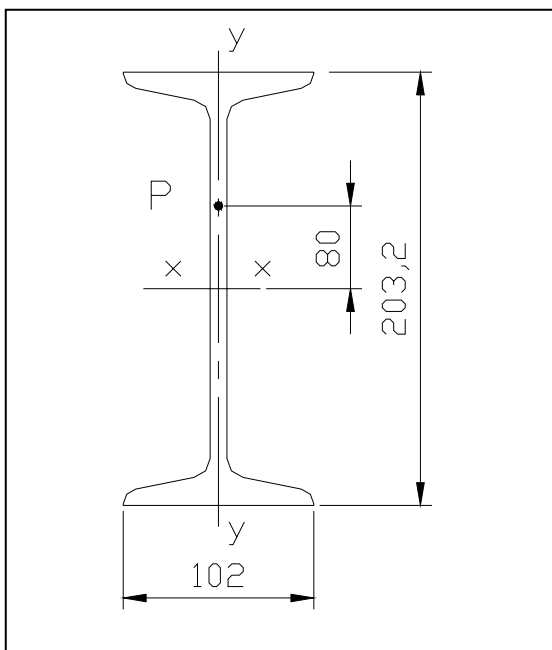


Figura 3.17

$$w_{xx} = 233\text{cm}^3$$

$$w_{yy} = 31\text{cm}^3$$

$$I_{xx} = 2368\text{cm}^4$$

$$I_{yy} = 158,2\text{cm}^4$$

$$r_{xx} = 8,29\text{cm}$$

$$r_{yy} = 2,14\text{cm}$$

Respostas:

$$a) \sigma_{MÁX} = 18,2 \text{Kgf} / \text{mm}^2$$

$$b) \sigma_p = 14,3 \text{Kgf} / \text{mm}^2$$

$$c) \sigma_{MÁX} < \sigma_{ADM}$$

- A viga está adequada

$$d) \sigma_{máx} = 64 > \sigma_{ADM}$$

- A viga não pode trabalhar na posição indicada na figura 3.18

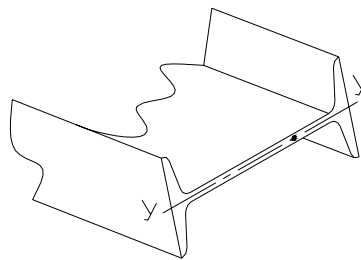


Figura 3.18

3.5.5- Cisalhamento na flexão

- Com a flexão, além das tensões normais de tração e compressão, ocorre também tensões de cisalhamento.
- Não será desenvolvido como se obtém essas tensões, serão colocados apenas os resultados finais.

$$\tau = \frac{Q \cdot M_s}{b \cdot I} \quad (3.5)$$

Onde:

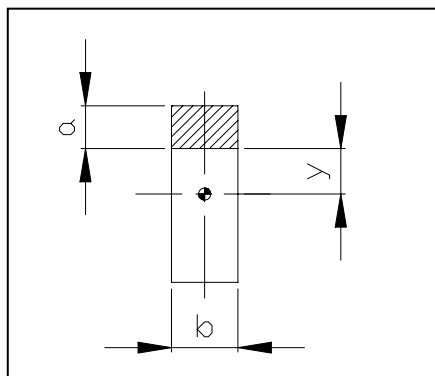
Q: força cortante atuante na seção.

Ms: momento estático da área hachurada em relação à linha que passa pelo centro de gravidade da seção.

b: largura da seção onde se quer determinar a tensão de cisalhamento.

I: momento de inércia da seção.

Exemplo: Viga retangular



- Para tensão na posição indicada por y
 $M_s = (a \times b) \times (y + a/2)$

Figura 3.19

Exemplo: viga T

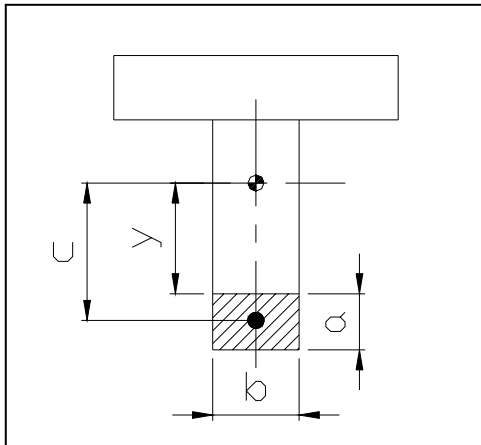


Figura 3.20

$$M_s = a \times b \times c$$

$$\text{Onde: } c = y + a/2$$

c - centro de gravidade da área hachurada.

Aplicação 1:

- Para a viga da aplicação 1 – item 3.5.4, determine a tensão de cisalhamento (na seção “AA”) no:

- ponto A (eixo xx)
- ponto B
- ponto C

Respostas:

$$a) \tau = 0,25 \text{ N/mm}^2$$

$$b) \tau = 0,16 \text{ N/mm}^2$$

$$c) \tau = 0$$

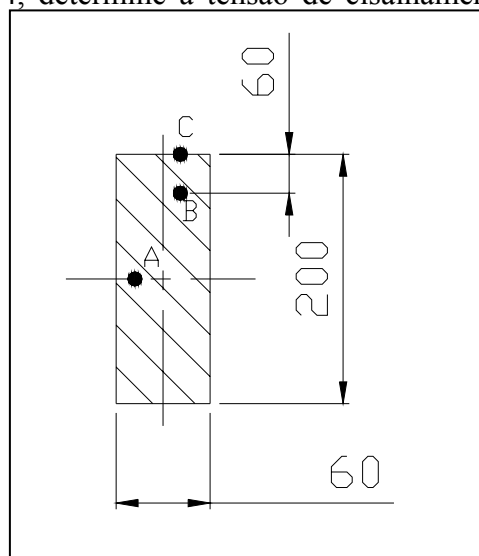


Figura 3.21

3.5.6- Cisalhamento devido à torção

- Veremos aqui torção de perfis fechados.
- Perfis laminados tipo “U”; “I”; “T” não são compatíveis com os cálculos a seguir.

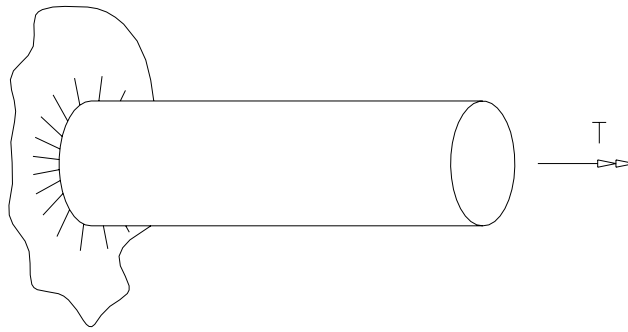


Figura 3.25

- Como exemplo, seja uma viga engastada conforme mostrado na figura 3.25. Aplicando-se um momento de torção T , ter-se-á tensões cisalhantes nas seções transversais conforme mostrado na figura 3.26

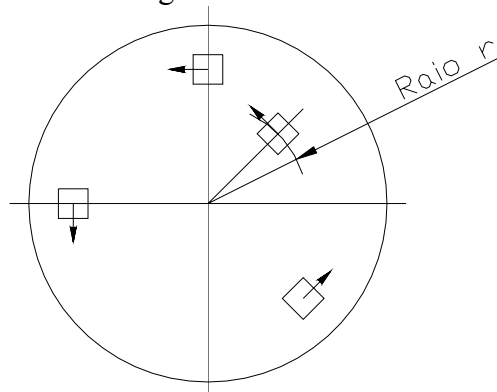


Figura 3.26

Sendo:

$$\tau = \frac{Tr}{J_p}$$

Onde:

- J_p é o momento de inércia polar.

- Com o momento aplicado, a barra sofre uma torção angular γ ;

$$\phi = \frac{Tl}{J_p \cdot G}$$

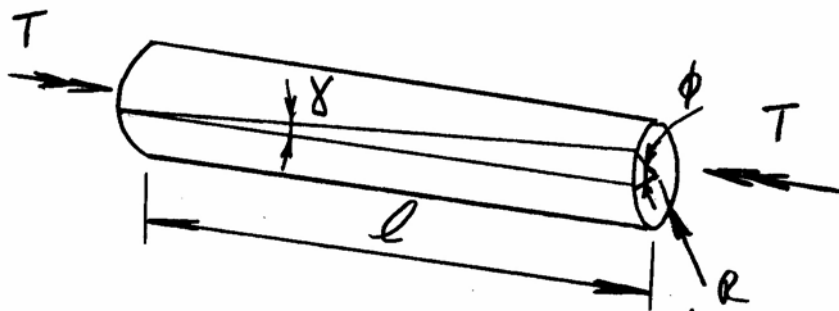


Figura 3.27

Onde:

G: módulo de elasticidade a torção.

- Para validade das equações para determinação das tensões de cisalhamento, as considerações abaixo devem ser seguidas:

- 1) Comprimento $l \gg$ raio R;
- 2) As faces perpendiculares ao eixo axial, permanecem perpendiculares após a aplicação do torque T;
- 3) O diâmetro da barra (2R) permanece inalterado após aplicação do torque;
- 4) As linhas radiais permanecem retas após a torção.

Bem! Vamos olhar as figuras para acompanharmos o desenvolvimento:

- Tem-se uma parte do corpo cilíndrico indicado pelos pontos **A @ H**;

$$\gamma dl = r d\phi$$

$$\frac{\gamma}{r} = \frac{d\phi}{dl}$$

- Para todo o comprimento l, tem-se:

$$r\phi = l\gamma$$

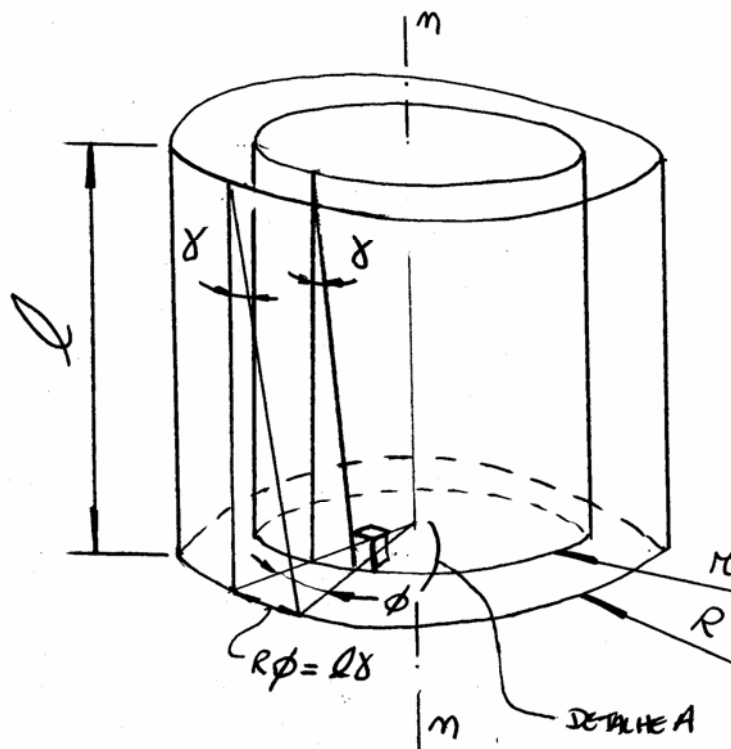
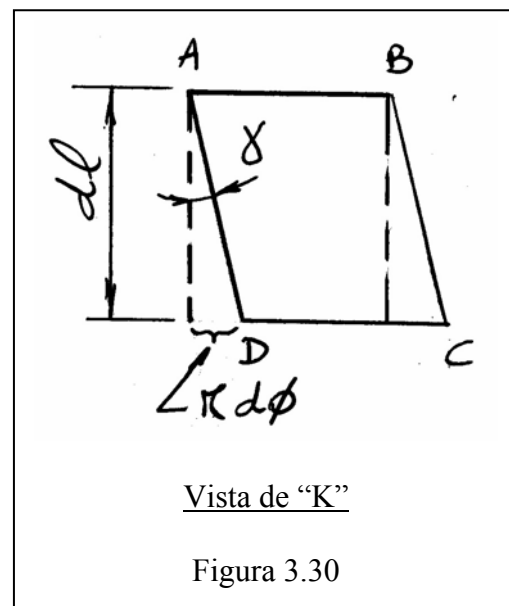
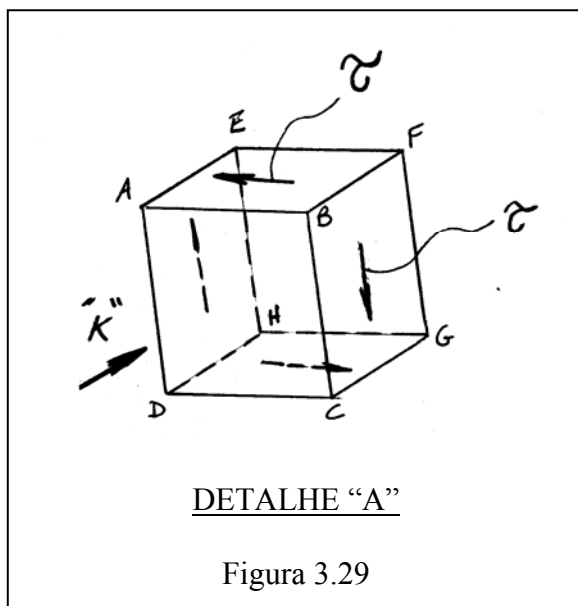


Figura 3.28



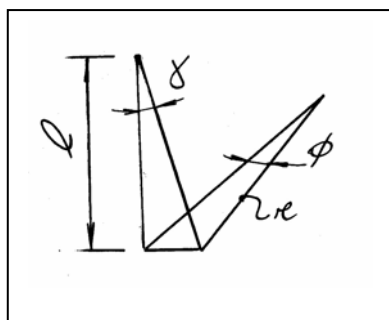
- A lei de Hooke é aplicada nesse caso, utilizando-se o módulo de elasticidade transversal "G".

$$\tau = G \cdot \varepsilon_t$$

Onde:

$$\varepsilon_t = \frac{rd\phi}{dl} = \frac{r\phi}{l}$$

Dessa forma: $\tau = G \frac{r\phi}{l}$



- Como θ é constante para toda a seção para um certo torque aplicado, teremos:

$$\tau = \frac{G\phi}{l} r \rightarrow \tau \text{ proporcional ao raio;}$$

$$T = \int_0^R \tau \cdot dA \cdot r \tag{3.6}$$

dA – área infinitesimal da seção transversal

$$T = \int_0^R \frac{G\phi}{l} \cdot r \cdot dA \cdot r$$

$$T = \frac{G\phi}{l} \int_0^R r^2 \cdot dA \cdot r$$

- Veja que a integral, representa a expressão geral do momento de inércia polar

$$T = \frac{G\phi}{l} J_p \quad (3.7)$$

- Desenvolvendo para uma barra redonda:

$$J_p = \int_0^R r^2 dA$$

$$J_p = \int_0^R \int_0^{2\pi} r^3 d\theta dr$$

$$J_p = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$T = \frac{G\phi}{l} \frac{\pi R^4}{2}$$

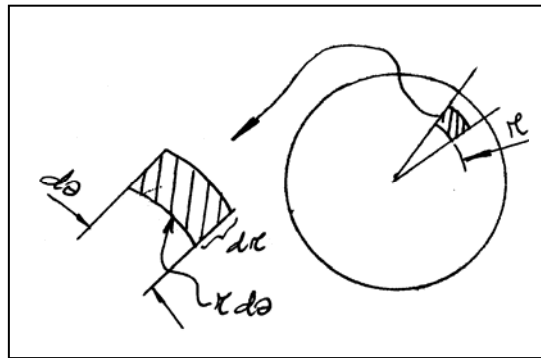


Figura 3.32

- Observe que no caso da barra, a tensão de cisalhamento máxima

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{G\phi}{l} R \rightarrow \frac{G\phi}{l} = \frac{\tau_{m\acute{a}x}}{R}$$

- Logo, substituindo em (7)

$$T = \frac{\tau_{m\acute{a}x}}{R} J_p$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{TR}{J_p} \quad (3.8)$$

- Observe que a expressão geral para uma seção qualquer é:

$$\tau = \frac{Tr}{J_p}$$

- No caso de uma barra redonda sólida, tem-se:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{T \frac{d}{2}}{\pi \frac{d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (3.9)$$

Aplicação 1:

-Determine a tensão de cisalhamento máx. que ocorre no eixo indicado na figura abaixo:
 $G = 8050 \text{ Kgf/mm}^2$

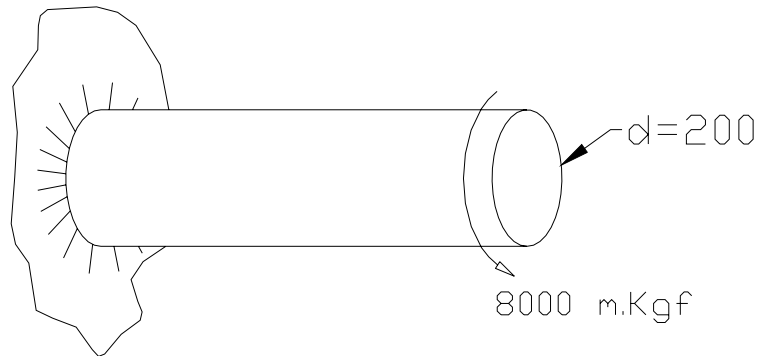


Figura 3.33

Resposta:

$$\tau_{\text{máx}} = 5 \text{ Kgf/mm}^2$$

Aplicação 2:

- Determine a tensão no diâmetro interno e no externo do tubo carregado conforme figura abaixo:

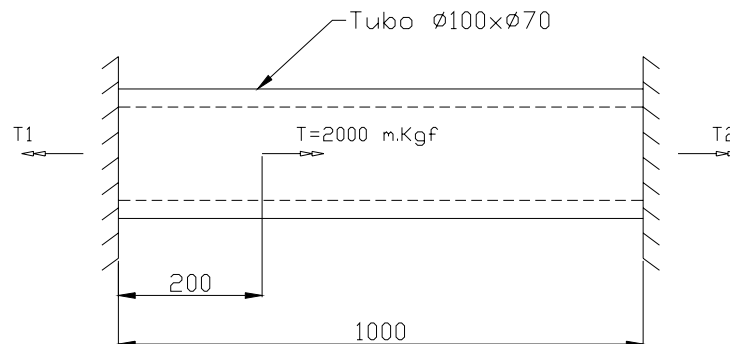


Figura 3.34

- Quando aplicarmos um torque na posição indicada teremos a seguinte situação:

$$\tau = \frac{G.r.\phi}{l};$$

$$\tau_1 = \frac{G.r.\phi_1}{l_1}; \Rightarrow \text{observando-se que: } \phi_1 = \phi_2$$

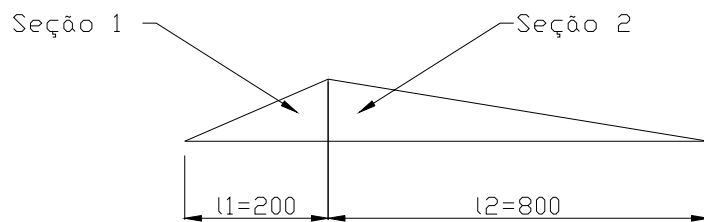
$$\tau_2 = \frac{G.r.\phi_2}{l_2}$$

$$\Rightarrow \text{observando que: } \phi_1 = \phi_2$$

Tem-se também:

$$l_1 = 200;$$

$$l_2 = 800$$



- dessa forma:

$$\tau_1 = 4\tau_2;$$

$$\tau_1 = \frac{T_1.R}{J_p}; \tau_2 = \frac{T_2.R}{J_p}$$

$$4\tau_2 = \frac{T_1.R}{J_p}; \tau_2 = \frac{T_2.R}{J_p}$$

$$\text{logo} \rightarrow T_1 = 4T_2,$$

$$T_1 + T_2 = T$$

$$T_1 = 0,8T$$

$$T_2 = 0,2T$$

- Maior tensão ocorre no lado esquerdo da figura.

$$J_p = \frac{\pi}{32}(d_{ext}^4 - d_{int}^4)$$

$$J_p = 7,46 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\tau = \frac{T.R}{J_p} \therefore T = T_1$$

$$\tau = \frac{1600000 \text{ mm.Kgf} \times 50}{7,46 \times 10^6}$$

$$\tau_{ext} = 10,7 \text{ Kg}f / \text{mm}^2 \leftarrow \theta_{externo}$$

$$\tau_{int} = 7,5 \text{ Kg}f / \text{mm}^2 \leftarrow \theta_{interno} = 70$$

Aplicação 3:

- Idem a aplicação 2, mas com as seguintes modificações:

a) Eixo sólido ($\emptyset 100$);

b) Eixo sólido e cotas 350 e 650 em substituição as cotas 200 e 800;

Respostas:

a) $\tau_{m\acute{a}x} 8,1 \text{ Kg}f / \text{mm}^2 \rightarrow$ compare com o resultado encontrado para o eixo oco.

b) $\tau_{m\acute{a}x} 6,6 \text{ Kg}f / \text{mm}^2$